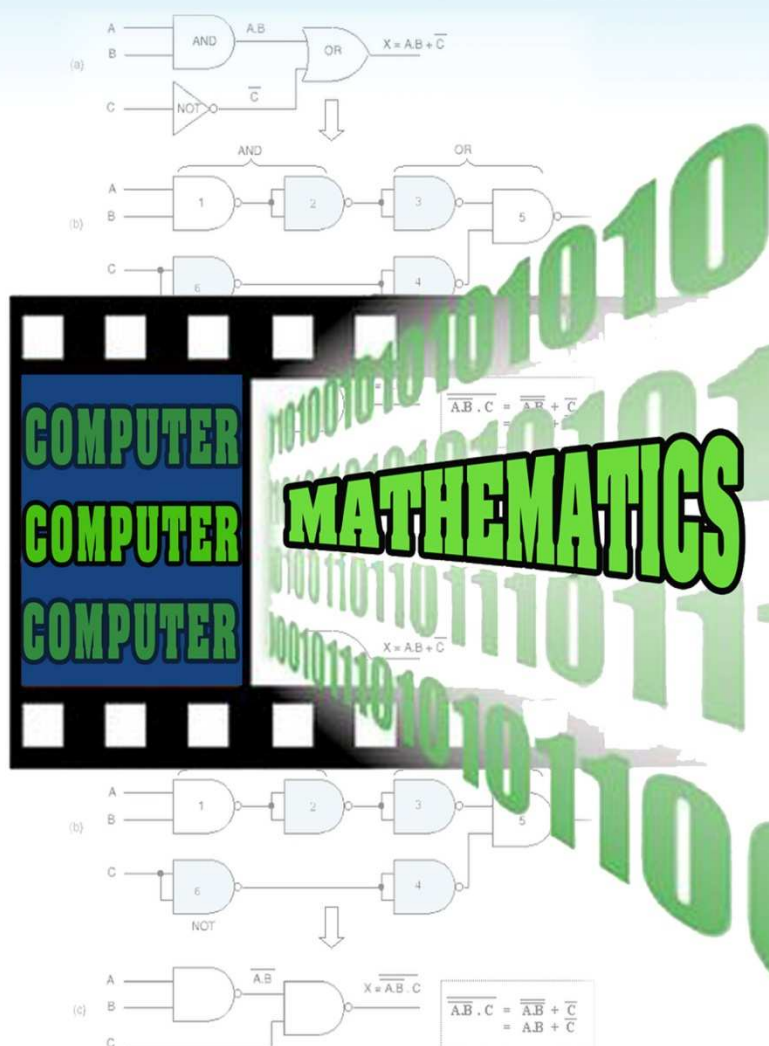


เอกสารประกอบการสอน วิชาคณิตศาสตร์คอมพิวเตอร์

หลักสูตรประกาศนียบัตรวิชาชีพ พุทธศักราช 2545 (ปรับปรุง 2546)



ร.อ.ทปิงสุลักษณ์ อัมพะลพ

วิทยาลัยอาชีวศึกษาพระนครศรีอยุธยา

สำนักงานคณะกรรมการการอาชีวศึกษา กระทรวงศึกษาธิการ

เอกสารประกอบการสอน
วิชาคณิตศาสตร์คอมพิวเตอร์
หลักสูตรประกาศนียบัตรวิชาชีพ พุทธศักราช 2545
(ปรับปรุง 2546)

เรียบเรียงโดย
ร.อ.หญิงสุลักษณ์ อัมพะลพ

วิทยาลัยอาชีวศึกษาพระนครศรีอยุธยา
สำนักงานคณะกรรมการการอาชีวศึกษา
กระทรวงศึกษาธิการ

รายละเอียดคำอธิบายรายวิชา

ชื่อวิชาคณิตศาสตร์คอมพิวเตอร์ รหัสวิชา 2201-2402 จำนวน 2 หน่วยกิต
(2 ชั่วโมง/สัปดาห์) ระยะเวลา 18 สัปดาห์ รวม 36 ชั่วโมง

จุดประสงค์รายวิชา

1. รู้หลักการเกี่ยวกับระบบจำนวน ระบบเลขฐาน พีชคณิตบูลีน พีชคณิตเส้นตรง และทฤษฎีเมทริกซ์
2. มีทักษะในการคำนวณทางคณิตศาสตร์คอมพิวเตอร์
3. เข้าใจความสัมพันธ์ระหว่างคณิตศาสตร์กับการทำงานของเครื่องคอมพิวเตอร์
4. ปฏิบัติงานอย่างมีประสิทธิภาพ
5. การสร้างค่านิยมที่พึงประสงค์ในสังคมไทยภายใต้หลักปรัชญาเศรษฐกิจพอเพียง

มาตรฐานรายวิชา

1. คำนวณเลขฐาน พีชคณิตบูลีน พีชคณิตเส้นตรง ทฤษฎีเมทริกซ์ ได้
2. อธิบายความสัมพันธ์ระหว่างคณิตศาสตร์คอมพิวเตอร์กับการทำงานของเครื่องคอมพิวเตอร์

คำอธิบายรายวิชา

ศึกษาเกี่ยวกับระบบจำนวน ระบบเลขฐาน พีชคณิตเส้นตรงและทฤษฎีเมทริกซ์คอมพิวเตอร์กับเลขฐาน ตรรกะคอมพิวเตอร์และหลักการคำนวณของเครื่องคอมพิวเตอร์

ตารางวิเคราะห์หลักสูตรรายวิชา

วิชาคณิตศาสตร์คอมพิวเตอร์ รหัสวิชา 2201-2402

จำนวน 2 หน่วยกิต (2 ชั่วโมง / สัปดาห์) ระยะเวลา 18 สัปดาห์ รวม 36 ชั่วโมง

หน่วยที่	ชื่อหน่วยการเรียนรู้	ระดับพฤติกรรมที่พึงประสงค์							รวม	เวลา (ชั่วโมง)	ความสำคัญ
		พุทธิพิสัย					ทักษะพิสัย	จิตพิสัย			
		1	2	3	4	5					
1	ระบบจำนวน	1	1				4	2	8	2	5
2	ระบบเลขฐาน	1	1				4	2	8	2	5
3	การแปลงเลขฐานต่างๆ ในระบบคอมพิวเตอร์	1	2				6	2	11	4	4
4	หลักการคำนวณในระบบคอมพิวเตอร์	2	3				6	2	13	4	3
5	ตรรกศาสตร์	2	2				8	4	15	6	2
6	พีชคณิตบูลีนเบื้องต้น	1	2				6	2	11	4	4
7	เมทริกซ์	3	4				10	4	21	8	1
8	พีชคณิตเส้นตรง	1	2	1			6	2	13	4	3
	สอบปลายภาค									2	
	รวม										
	ความสำคัญ/สัดส่วน (ร้อยละ)	12	17	1			50	20	100	36	
		4	3	5			1	2			

หมายเหตุ ระดับพุทธิพิสัย

- | | |
|-------------------|-------------------|
| 1 = ความจำ | 2 = ความเข้าใจ |
| 3 = การนำไปใช้ | 4 = การวิเคราะห์ |
| 5 = การสังเคราะห์ | 6 = การประเมินค่า |

หัวข้อเนื้อหา

1. ประพจน์
2. การเชื่อมประพจน์ด้วยตัวเชื่อมแบบต่างๆ
3. การหาค่าความจริงของประพจน์
4. สัจนิรันดร์ ประพจน์ขัดแย้งและ Contingent
5. การสมมูลกันของประพจน์

จุดประสงค์การเรียนรู้

1. จำแนกได้ว่าประโยคใดเป็นประพจน์หรือไม่เป็นประพจน์
2. เชื่อมประพจน์ด้วยตัวเชื่อมแบบต่างๆ ได้
3. หาค่าความจริงของประพจน์ได้
4. จำแนกได้ว่าประพจน์ใดเป็นสัจนิรันดร์ ประพจน์ขัดแย้งและ Contingent
5. หาประพจน์ที่สมมูลกันได้

แนวคิด

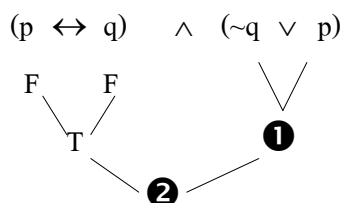
ประพจน์เป็นประโยคบอกเล่าหรือประโยคปฏิเสธที่มีค่าความจริงเป็นจริงหรือเป็นเท็จ เพียงอย่างเดียวอย่างหนึ่ง เราสามารถหาค่าความจริงจากการเชื่อมประพจน์ด้วยตัวเชื่อม 5 ประเภท คือ และ, หรือ, ถ้า... แล้ว, ก็ต่อเมื่อและนิเสธ ทำได้โดยการสร้างตารางหาค่าความจริงของประพจน์ใดประพจน์หนึ่งในกรณีต่าง ๆ ที่เป็นไปได้ ในกรณีที่ค่าความจริงเป็นจริงทุกกรณี ไม่ว่าค่าความจริงของประพจน์ย่อยมีค่าความจริงเป็นเช่นไร จะเรียกประพจน์นั้นว่าเป็น “สัจนิรันดร์” ส่วนกรณีที่ค่าความจริงของประพจน์เป็นเท็จทุกกรณี ไม่ว่าค่าความจริงของประพจน์ย่อยจะมีค่าความจริงเป็นเช่นไรจะเรียกประพจน์นั้นว่าเป็น “ประพจน์ขัดแย้ง” และกรณีที่ค่าความจริงของประพจน์อาจเป็นจริงบ้าง เท็จบ้าง จะเรียกประพจน์นั้นว่า “Contingent” ถ้าประพจน์ 2 ประพจน์มีค่าความจริงเหมือนกันทุกกรณีจะกล่าวว่าประพจน์ทั้งสองนั้นสมมูลกัน

แบบทดสอบก่อนเรียน หน่วยที่ 5

ตรรกศาสตร์

คำสั่ง จงเลือกคำตอบที่ถูกต้องเพียงข้อเดียว โดยทำเครื่องหมาย X ลงในกระดาษคำตอบ

- ข้อใดต่อไปนี้เป็นประพจน์
 - อย่าคุยเสียงดัง
 - อุณหภูมิกากาศหนาวมาก
 - กรุณาปิดประตูให้ด้วย
 - เซ็นครกขึ้นภูเขา
- ประพจน์ $p \wedge q$ มีค่าความจริงเป็นจริง เมื่อใด
 - $\sim p$ เป็นเท็จ q เป็นจริง
 - p เป็นจริง q เป็นเท็จ
 - $\sim p$ เป็นจริง q เป็นจริง
 - $\sim p$ เป็นจริง $\sim q$ เป็นจริง
- กำหนดให้ p และ q เป็นประพจน์ที่มีค่าความจริงเป็น จริง และ เท็จ ตามลำดับ ข้อใดมีค่าความจริงเป็นจริง
 - $p \rightarrow q$
 - $q \rightarrow \sim p$
 - $p \wedge q$
 - $\sim (p \vee q)$
- ข้อใดต่อไปนี้มีค่าความจริงเป็นจริง
 - $13 - 2 = 10$ และ $5 + 3 = 8$
 - ถ้า $6 - 3 = 3$ แล้ว $10 - 7 = 4$
 - $7 - 2 = 5$ ก็ต่อเมื่อ $7 + 2 = 10$
 - $2 + 8 = 10$ หรือ $5 \times 3 = 10$
- จากรูป ค่าความจริงของหมายเลข ❶ และ ❷ คืออะไร
 - จริง และ จริง
 - จริง และ เท็จ
 - เท็จ และ จริง
 - เท็จ และ เท็จ



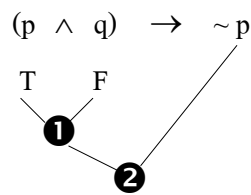
6. จากรูป ค่าความจริงของหมายเลข ❶ และ ❷ คืออะไร

ก. จริง และ จริง

ข. จริง และ เท็จ

ค. เท็จ และ จริง

ง. เท็จ และ เท็จ



7. ประพจน์ $(q \rightarrow \sim p) \wedge (p \wedge q)$ มีค่าความจริงเป็นอะไร

ก. สัจนิรันดร์

ข. ประพจน์ขัดแย้ง

ค. Contingent

ง. ถูกทุกข้อ

8. ประพจน์ใดต่อไปนี้เป็นสัจนิรันดร์

ก. $(p \wedge \sim q) \leftrightarrow p$

ข. $\sim(p \wedge q) \rightarrow p$

ค. $\sim(q \vee \sim p)$

ง. $(\sim p \vee q) \vee p$

9. ประพจน์ใดสมมูลกับประพจน์ $p \rightarrow q$

ก. $\sim p \vee q$

ข. $\sim p \rightarrow q$

ค. $\sim(p \wedge q)$

ง. $q \leftrightarrow \sim p$

10. ประพจน์ใดสมมูลกับประพจน์ $p \vee \sim q$

ก. $p \leftrightarrow \sim q$

ข. $\sim p \wedge q$

ค. $q \rightarrow \sim p$

ง. $\sim p \rightarrow \sim q$

เฉลยแบบทดสอบก่อนเรียน หน่วยที่ 5

ตรรกศาสตร์

1. ข.
2. ก.
3. ข.
4. ง.
5. ก.
6. ก.
7. ก.
8. ง.
9. ก.
10. ง.

หน่วยที่ 5

ตรรกศาสตร์

ตรรกศาสตร์ (Logic) เป็นวิชาพื้นฐานที่สำคัญในการศึกษาวิชาต่างๆ เช่น สังคมศาสตร์ ปรัชญา คณิตศาสตร์ วิทยาศาสตร์ และปัจจุบันได้มีการประยุกต์ใช้ในด้านคอมพิวเตอร์ เพราะตรรกศาสตร์เป็นวิชาที่ศึกษาเกี่ยวกับกฎเกณฑ์และวิธีการให้เหตุผล นักปราชญ์ซึ่งเป็นบิดาของวิชาตรรกศาสตร์ คือ อริสโตเติล (Aristotle, 384 – 322 ก่อนคริสตกาล) โดยอริสโตเติล เชื่อว่ามนุษย์เท่านั้นที่สามารถคิดเกี่ยวกับเหตุและผลได้ ท่านได้เขียนตำราชื่อ Organon ซึ่งเกี่ยวกับการให้เหตุผลที่ถูกต้อง หลักการของหนังสือเล่มนี้กลายมาเป็นหลักการของตรรกศาสตร์ในปัจจุบัน สิ่งแรกที่ต้องศึกษาในเรื่องตรรกศาสตร์คือ ประพจน์ ซึ่งจะกล่าวในรายละเอียด ดังนี้

1. ประพจน์ (Propositions)

ประพจน์ หมายถึงข้อความหรือประโยคบอกเล่าหรือประโยคปฏิเสธที่มีค่าความจริงเป็นจริงหรือเป็นเท็จเพียงอย่างเดียวอย่างใดอย่างหนึ่งเท่านั้น (จักรินทร์ วรรณโพธิ์กลาง, 2554:1) เช่น

$5 + 2 = 8$ เป็นประพจน์ที่มีค่าความจริงเป็นเท็จ

กระต่ายมี 4 ขา เป็นประพจน์ที่มีค่าความจริงเป็นจริง

ชลบุรีเป็นเมืองหลวงของประเทศไทย เป็นประพจน์ที่มีค่าความจริงเป็นเท็จ

จังหวัดพระนครศรีอยุธยาอยู่ในภาคกลาง เป็นประพจน์ที่มีค่าความจริงเป็นจริง

วันที่ 6 เมษายน ของทุกปีเป็นวันจักรี เป็นประพจน์ที่มีค่าความจริงเป็นจริง

ส่วนข้อความหรือประโยคที่อยู่ในรูปคำถาม คำสั่ง ขอร้อง อ้อนวอน อุทาน แสดงความปรารถนา คำพังเพยและสุภาษิต จะไม่เป็นประพจน์เพราะไม่สามารถบอกค่าความจริงได้ว่าเป็นจริงหรือเท็จ เช่น

ขอให้คุณพระคุ้มครอง (อวยพร)

รักวัวให้ผูก รักลูกให้ตี (สุภาษิต)

ห้ามนำขนมเข้ามาในห้อง (คำสั่ง)

ใครชอบเรียนวิชานี้บ้าง (คำถาม)

ฉันอยากถูกสลากกาชาด (แสดงความปรารถนา)

คุณพระช่วย แมวตกน้ำ (อุทาน)

การใช้สัญลักษณ์แทนประพจน์

ประพจน์สามารถใช้สัญลักษณ์แทน เพื่อให้เข้าใจง่ายและสะดวกในการเขียน นิยมใช้อักษรในภาษาอังกฤษแทนประพจน์ เช่น

p แทน ประพจน์ นักเรียนชั้นปวช. 2/4 มีจำนวน 30 คน

q แทน ประพจน์ 1 สัปดาห์ มี 7 วัน

r แทนประพจน์ เชียงใหม่เป็นจังหวัดในภาคกลาง

ค่าความจริงของประพจน์ (Truth Value)

ให้เรียกความเป็นจริง (True) หรือ ความเป็นเท็จ (False) ของประพจน์ว่า “ค่าความจริงของประพจน์” (จักรินทร์ วรรณโพธิ์กลาง, 2554:3) แบ่งเป็น 2 ชนิด คือ

1. ค่าความจริงของประพจน์ที่เป็นจริง แทนด้วย T
2. ค่าความจริงของประพจน์ที่เป็นเท็จ แทนด้วย F

ตัวเชื่อมประพจน์ (Connective of propositions)

ในวิชาคณิตศาสตร์มีประโยคบางประโยคนั้นเกิดจากการเชื่อมกันมากกว่าหนึ่งประโยคด้วย “และ” “หรือ” “ถ้า... แล้ว” “ก็ต่อเมื่อ” หรือมีการเติมคำว่า “ไม่” คำเหล่านี้เรียกว่า ตัวเชื่อม (ธนวัฒน์(สันติ) สนทราพรพล, ม.ป.ป.: 303) ตัวเชื่อมประพจน์ในทางตรรกศาสตร์มี 5 ประเภท คือ

1. ตัวเชื่อม “และ” (And) แทนด้วยสัญลักษณ์ $\wedge$
2. ตัวเชื่อม “หรือ” (Or) แทนด้วยสัญลักษณ์ $\vee$
3. ตัวเชื่อม “ถ้า...แล้ว” (If...then) แทนด้วยสัญลักษณ์ $\rightarrow$
4. ตัวเชื่อม “ก็ต่อเมื่อ” (If and only if) แทนด้วยสัญลักษณ์ $\leftrightarrow$
5. นิเสธ (Not) แทนด้วยสัญลักษณ์ $\sim$

2. การเชื่อมประพจน์ด้วยตัวเชื่อมแบบต่างๆ การเชื่อมประพจน์เป็นการสร้างประโยคใหม่ให้มีความหมายกว้างกว่าเดิม เช่น

ให้ p แทน ประพจน์ เดือนมกราคมมี 30 วัน

q แทน ประพจน์ เดือนเมษายนมี 30 วัน

เราสามารถสร้างประโยคใหม่ด้วยการเชื่อมประพจน์ 2 ประพจน์เข้าด้วยกัน ดังนี้

ข้อความ	สัญลักษณ์
เดือนมกราคมมี 30 วัน และ เดือนเมษายนมี 30 วัน	$p \wedge q$
เดือนมกราคมมี 30 วันหรือ เดือนเมษายนมี 30 วัน	$p \vee q$
ถ้า เดือนมกราคมมี 30 วัน แล้ว เดือนเมษายนมี 30 วัน	$p \rightarrow q$
เดือนมกราคมมี 30 วัน ก็ต่อเมื่อ เดือนเมษายนมี 30 วัน	$p \leftrightarrow q$
เดือนเมษายน ไม่ได้มี 30 วัน	$\sim q$

2.1 การเชื่อมประพจน์ด้วยตัวเชื่อม “และ”

ถ้า p และ q เป็นประพจน์ เมื่อเชื่อมประพจน์ p และ q ด้วยตัวเชื่อม “และ” จะได้ประพจน์ p และ q เขียนแทนด้วย $p \wedge q$

ค่าความจริงของการเชื่อมประพจน์ $p \wedge q$ เขียนแทนด้วยตารางได้ดังนี้

p	q	$p \wedge q$
T	T	T
T	F	F
F	T	F
F	F	F

ตารางที่ 5.1 ค่าความจริงเมื่อเชื่อมประพจน์ด้วยตัวเชื่อม “และ”

จากตารางที่ 5.1 จะเห็นว่าผลลัพธ์ของการเชื่อมประพจน์ด้วยตัวเชื่อม “และ” จะมีค่าความจริงเป็นจริงเพียงกรณีเดียว คือเมื่อค่าความจริงของประพจน์ทั้งสองเป็นจริงทั้งคู่ ถ้ามีประพจน์ใดประพจน์หนึ่งมีค่าความจริงเป็นเท็จ ผลลัพธ์ที่ได้จะเป็นเท็จ เช่น

5 เป็นจำนวนคี่ และ 2 เป็นจำนวนคู่	มีค่าความจริงเป็นจริง (T)
5 เป็นจำนวนคี่ และ 3 เป็นจำนวนคู่	มีค่าความจริงเป็นเท็จ (F)
5 เป็นจำนวนคู่ และ 2 เป็นจำนวนคู่	มีค่าความจริงเป็นเท็จ (F)
6 เป็นจำนวนคี่ และ 3 เป็นจำนวนคู่	มีค่าความจริงเป็นเท็จ (F)

2.2 การเชื่อมประพจน์ด้วยตัวเชื่อม “หรือ”

ถ้า p และ q เป็นประพจน์ เมื่อเชื่อมประพจน์ p และ q ด้วยตัวเชื่อม “หรือ” จะได้ประพจน์ p หรือ q เขียนแทนด้วย $p \vee q$

ค่าความจริงของการเชื่อมประพจน์ $p \vee q$ เขียนแทนด้วยตารางได้ดังนี้

p	q	$p \vee q$
T	T	T
T	F	T
F	T	T
F	F	F

ตารางที่ 5.2 ค่าความจริงเมื่อเชื่อมประพจน์ด้วยตัวเชื่อม “หรือ”

จากตารางที่ 5.2 จะเห็นว่าผลลัพธ์ของการเชื่อมประพจน์ด้วยตัวเชื่อม “หรือ” จะมีค่าความจริงเป็นจริงเมื่อค่าความจริงของประพจน์ใดประพจน์หนึ่งเป็นจริง ถ้าประพจน์ทั้งสองมีค่าความจริงเป็นเท็จทั้งคู่ ผลลัพธ์ที่ได้จะเป็นเท็จ เช่น

- 5 เป็นจำนวนคี่ หรือ 2 เป็นจำนวนคู่ มีค่าความจริงเป็นจริง (T)
- $3 + 1 = 4$ หรือ $5 - 2 = 4$ มีค่าความจริงเป็นจริง (T)
- แมวมีขา 3 ขา หรือ ภูเขาเป็นสัตว์เลื้อยคลาน มีค่าความจริงเป็นจริง (T)
- 3 เป็นจำนวนอตรรกยะ หรือ $\sqrt{2}$ เป็นจำนวนตรรกยะ มีค่าความจริงเป็นเท็จ (F)

2.3 การเชื่อมประพจน์ด้วยตัวเชื่อม “ถ้า....แล้ว”

เป็นการเชื่อมระหว่างประพจน์ 2 ประพจน์ ที่เป็นเหตุเป็นผลกัน โดยที่ประพจน์หนึ่งอยู่หลังคำว่า “ถ้า” จะเป็นประพจน์ที่เป็นเหตุ ส่วนประพจน์ที่อยู่หลังคำว่า “แล้ว” จะเป็นประพจน์ที่เป็นผล ดังนั้นเมื่อเชื่อมประพจน์ p และ q ด้วยตัวเชื่อม “ถ้า....แล้ว” จะได้ประพจน์ ถ้า p แล้ว q เขียนแทนด้วย $p \rightarrow q$

ค่าความจริงของการเชื่อมประพจน์ $p \rightarrow q$ เขียนแทนด้วยตารางได้ดังนี้

p	q	$p \rightarrow q$
T	T	T
T	F	F
F	T	T
F	F	T

ตารางที่ 5.3 ค่าความจริงเมื่อเชื่อมประพจน์ด้วยตัวเชื่อม “ถ้า....แล้ว”

จากตารางที่ 5.3 จะเห็นว่าผลลัพธ์ของการเชื่อมประพจน์ด้วยตัวเชื่อม “ถ้า....แล้ว” จะเป็นเท็จ เมื่อค่าความจริงของประพจน์ที่เป็นเหตุเป็นจริง และประพจน์ที่เป็นผลมีค่าความจริงเป็นเท็จ ส่วนกรณีอื่นผลลัพธ์ที่ได้จะมีค่าความจริงเป็นจริง เช่น

- ถ้า 4 เป็นจำนวนเต็ม แล้ว 4 เป็นจำนวนคู่ มีค่าความจริงเป็นจริง (T)
- ถ้า 4 เป็นจำนวนเต็ม แล้ว -4 เป็นจำนวนเต็มบวก มีค่าความจริงเป็นเท็จ (F)
- ถ้า 5 เป็นจำนวนคู่ แล้ว 4 เป็นจำนวนคู่ มีค่าความจริงเป็นจริง (T)
- ถ้า 5 เป็นจำนวนเต็มลบ แล้ว -3 เป็นจำนวนเต็มบวก มีค่าความจริงเป็นจริง (T)

2.4 การเชื่อมประพจน์ด้วยตัวเชื่อม “ก็ต่อเมื่อ”

ถ้า p และ q เป็นประพจน์ เมื่อเชื่อมประพจน์ p และ q ด้วยตัวเชื่อม “ก็ต่อเมื่อ” จะได้ประพจน์ p ก็ต่อเมื่อ q เขียนแทนด้วย $p \leftrightarrow q$

ค่าความจริงของการเชื่อมประพจน์ $p \leftrightarrow q$ เขียนแทนด้วยตารางได้ดังนี้

p	q	$p \leftrightarrow q$
T	T	T
T	F	F
F	T	F
F	F	T

ตารางที่ 5.4 ค่าความจริงเมื่อเชื่อมประพจน์ด้วยตัวเชื่อม “ก็ต่อเมื่อ”

จากตารางที่ 5.4 จะเห็นว่าผลลัพธ์ของการเชื่อมประพจน์จะเป็นจริงเมื่อค่าความจริงของประพจน์ทั้งสองมีค่าความจริงที่เหมือนกัน คือ มีค่าความจริงของประพจน์เป็นจริงทั้งคู่หรือเท็จทั้งคู่ ถ้าค่าความจริงของประพจน์มีค่าต่างกัน ผลลัพธ์ที่ได้จะมีค่าความจริงเป็นเท็จ เช่น

4 เป็นจำนวนเต็มบวก ก็ต่อเมื่อ 4 หาด้วย 2 ลงตัว มีค่าความจริงเป็นจริง (T)

3 เป็นจำนวนคู่ ก็ต่อเมื่อ 3 หาด้วย 2 ลงตัว มีค่าความจริงเป็นเท็จ (F)

3 เป็นจำนวนคู่ ก็ต่อเมื่อ 4 หาด้วย 2 ลงตัว มีค่าความจริงเป็นเท็จ (F)

3 เป็นจำนวนคู่ ก็ต่อเมื่อ 3 หาด้วย 2 ลงตัว มีค่าความจริงเป็นจริง (T)

2.5 นิเสธของประพจน์

นิเสธของประพจน์ p เขียนแทนด้วย $\sim p$ คือ ประพจน์ที่มีค่าความจริงตรงข้ามกับประพจน์ p เดิม โดยยังคงสถานะเดิมอยู่ (จักรินทร์ วรรณโพธิ์กลาง, 2554:3)

ค่าความจริงของนิเสธของประพจน์ p เขียนแทนด้วยตารางดังนี้

p	$\sim p$
T	F
F	T

ตารางที่ 5.5 ค่าความจริงที่ได้จากการทำนิเสธของประพจน์ p

จากตารางที่ 5.5 p เป็นประพจน์ที่มีค่าความจริงเป็นจริง และ $\sim p$ จะเป็นนิเสธของประพจน์ p และมีค่าความจริงเป็นเท็จ เช่น

ให้ p แทนประพจน์ แมวมีขา 4 ขา มีค่าความจริงเป็นจริง (T)

$\sim p$ แทนประพจน์ แมวมีขาไม่เท่ากับ 4 ขา มีค่าความจริงเป็นเท็จ (F)

จากการศึกษาตัวเชื่อมประพจน์ต่างๆ ทั้ง 5 ประเภท สามารถสรุปรวมเป็นตารางเดียวกัน โดยถ้าให้ p และ q แทนประพจน์ เมื่อนำ p และ q มาเชื่อมกันด้วยตัวเชื่อมประเภตต่างๆ ประพจน์ใหม่ที่ได้จะมีค่าความจริงเป็นจริงหรือเท็จอย่างใดอย่างหนึ่ง ดังแสดงในตารางที่ 5.6 ดังนี้

p	q	$p \wedge q$	$p \vee q$	$p \rightarrow q$	$p \leftrightarrow q$	$\sim p$	$\sim q$
T	T	(T)	T	T	(T)	F	F
T	F	F	T	(F)	F	F	T
F	T	F	T	T	F	T	F
F	F	F	(F)	T	(T)	T	T

ตารางที่ 5.6 ค่าความจริงด้วยตัวเชื่อมประพจน์แบบต่างๆ

3. การหาค่าความจริงของประพจน์ (Truth – Values of propositions)

การเชื่อมประพจน์ตั้งแต่ 2 ประพจน์ขึ้นไป ผลลัพธ์ที่ได้จะต่างกันออกไป การแสดงผลลัพธ์ทำได้โดยสร้างตารางค่าความจริง (Truth table) เป็นตารางที่แสดงความน่าจะเป็นของค่าความจริงที่เป็นไปได้ทั้งหมดของประพจน์ (จักรินทร์ วรรณโพธิ์กลาง, 2554:5) ตารางค่าความจริงทำได้ดังนี้

1. ถ้ามีประพจน์ 1 ประพจน์ ค่าความจริงที่เป็นไปได้มี 2 กรณี

p
T
F

ตารางที่ 5.7 ค่าความจริงเมื่อมีประพจน์ 1 ประพจน์

2. ถ้ามีประพจน์ 2 ประพจน์ ค่าความจริงที่เป็นไปได้มี 4 กรณี คือ

p	q
T	T
T	F
F	T
F	F

ตารางที่ 5.8 ค่าความจริงเมื่อมีประพจน์ 2 ประพจน์

3. ถ้ามีประพจน์ 3 ประพจน์ ค่าความจริงที่เป็นไปได้มี 8 กรณี คือ

p	q	r
T	T	T
T	T	F
T	F	T
T	F	F
F	T	T
F	T	F
F	F	T
F	F	F

ตารางที่ 5.9 ค่าความจริงเมื่อมีประพจน์ 3 ประพจน์

ดังนั้นถ้ามีประพจน์ n ประพจน์ เมื่อสร้างตารางค่าความจริงของประพจน์ ค่าความจริงที่เป็นไปได้เท่ากับ 2^n กรณี เมื่อ n แทนจำนวนประพจน์

การหาค่าความจริงของประพจน์ผสม ประพจน์ผสมเกิดการเชื่อมประพจน์เข้าด้วยกันด้วยตัวเชื่อมแบบต่างๆ มากกว่า 1 ตัวเชื่อม ค่าความจริงที่ได้จะเป็นจริงหรือเท็จ ให้ใช้หลักการวิเคราะห์ค่าความจริงที่ได้จากการเชื่อมประพจน์แบบต่างๆ การหาค่าความจริงของประพจน์ผสมแบ่งออกได้เป็น 3 กรณี คือ

กรณีที่ 1 เมื่อทราบค่าความจริงของประพจน์ย่อยทุกประพจน์ ทำได้โดยใช้แผนภาพต้นไม้หรือการโยงค่าความจริงของประพจน์แต่ละประพจน์ โดยการแทนค่าความจริงของแต่ละประพจน์ย่อย แล้วพิจารณาการกระทำของตัวเชื่อมแบบต่างๆ เพื่อนำมาหาค่าความจริงของประพจน์ผสมนั้น ดังตัวอย่างต่อไปนี้

ตัวอย่างที่ 5.1 จงหาค่าความจริงของประพจน์ $3 + 2 = 5$ และ $7 - 5 = 3$

หลักการคิด ให้ p แทนประพจน์ $3 + 2 = 5$ มีค่าความจริงเป็น T

ให้ q แทนประพจน์ $7 - 5 = 3$ มีค่าความจริงเป็น F

เขียนเป็นสัญลักษณ์แทนจะได้

	p	$\wedge$	q
แทนค่าความจริง	T		F
	$\searrow F \swarrow$ ผลสรุป		

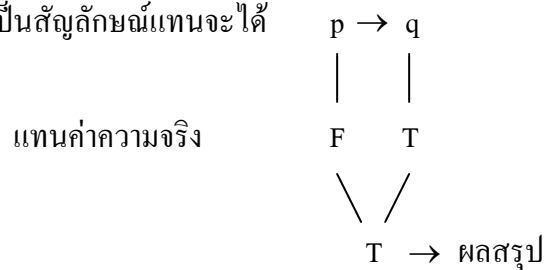
ดังนั้นค่าความจริงของประพจน์ คือ เท็จ

ตัวอย่างที่ 5.2 จงหาค่าความจริงของประพจน์ ถ้า $7 + 8 = 16$ แล้ว $5 - 3 = 2$

หลักการคิด ให้ p แทนประพจน์ $7 + 8 = 16$ มีค่าความจริงเป็น F

ให้ q แทนประพจน์ $5 - 3 = 2$ มีค่าความจริงเป็น T

เขียนเป็นสัญลักษณ์แทนจะได้



ดังนั้นค่าความจริงของประพจน์ คือ จริง

ตัวอย่างที่ 5.3 จงหาค่าความจริงของประพจน์ ถ้า 2 เป็นจำนวนเต็ม และ 5 เป็นจำนวนตรรกยะ

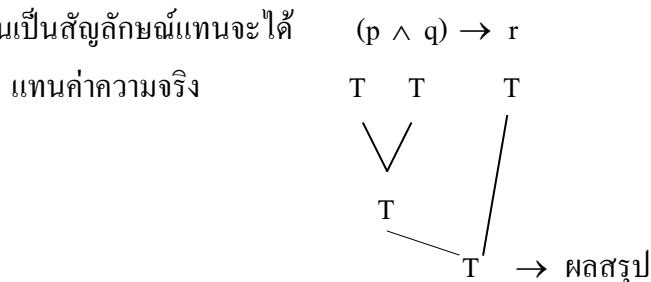
แล้ว $6 + 3 = 9$

หลักการคิด ให้ p แทนประพจน์ 2 เป็นจำนวนเต็ม มีค่าความจริงเป็น T

q แทนประพจน์ 5 เป็นจำนวนตรรกยะ มีค่าความจริงเป็น T

r แทนประพจน์ $6 + 3 = 9$ มีค่าความจริงเป็น T

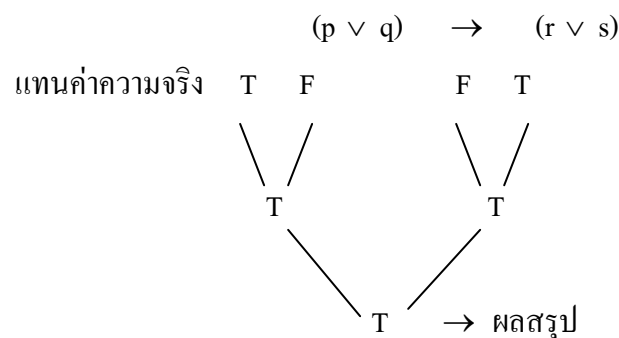
เขียนเป็นสัญลักษณ์แทนจะได้



ดังนั้นค่าความจริงของประพจน์ คือ จริง

ตัวอย่างที่ 5.4 กำหนดให้ p, q, r, s มีค่าความจริงเป็น T, F, F, T ตามลำดับ จงหาค่าความจริง

ของประพจน์ $(p \vee q) \rightarrow (r \vee s)$

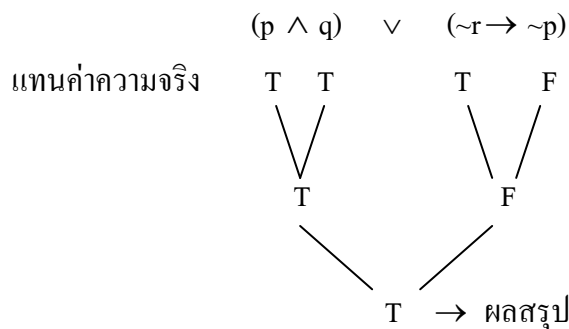


ดังนั้นค่าความจริงของประพจน์ คือ จริง

หลักการคิด

1. โจทย์กำหนดค่าความจริงของ p เป็นจริง q เป็นเท็จ r เป็นเท็จ และ s เป็นจริง โดยเขียนค่าความจริงแต่ละประพจน์กำกับไว้ได้ประพจน์
2. หาค่าความจริงของ $p \vee q$ คือ จริง หรือ เท็จ จะได้ค่าความจริงเป็นจริง
3. หาค่าความจริงของ $r \vee s$ คือ จริง หรือ เท็จ จะได้ค่าความจริงเป็นจริง
4. หาค่าความจริงของ $(p \vee q) \rightarrow (r \vee s)$ ที่ใช้ตัวเชื่อมถ้า...แล้ว คือค่าความจริง $T \rightarrow T$ ผลลัพธ์ที่ได้คือ จริง

ตัวอย่างที่ 5.5 กำหนดให้ p, q, r มีค่าความจริงเป็น T, T, F ตามลำดับ จงหาค่าความจริงของ $(p \wedge q) \vee (\sim r \rightarrow \sim p)$



ดังนั้นค่าความจริงของประพจน์คือ จริง

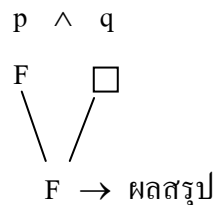
หลักการคิด

1. โจทย์กำหนด p, q, r มีค่าความจริงเป็น T, T, F ตามลำดับ เราสามารถหาค่า $\sim r, \sim p$ ได้ คือ $\sim r$ มีค่าความจริงเป็นจริง $\sim p$ มีค่าความจริงเป็นเท็จ โดยเขียนค่าความจริงกำกับไว้ได้ประพจน์แต่ละประพจน์
2. หาค่าความจริงของ $p \wedge q$ คือ $T \wedge T$ จะได้ค่าความจริงเป็น T
 $\sim r \rightarrow \sim p$ คือ $T \rightarrow F$ จะได้ค่าความจริงเป็น F
3. หาค่าความจริงของ $(p \wedge q) \vee (\sim r \rightarrow \sim p)$ คือ $T \vee F$ ผลลัพธ์จะได้ค่าความจริงเป็นจริง

กรณีที่ 2 เมื่อทราบค่าความจริงของประพจน์บางประพจน์ ทำได้เหมือนกับกรณีที่ 1 คือการใช้แผนภาพต้นไม้หรือการโยงค่าความจริงของประพจน์แต่ละประพจน์ แล้ววิเคราะห์เป็นขั้นตอนตามลำดับ การวิเคราะห์ค่าความจริงในกรณีนี้ไม่จำเป็นต้องทราบค่าความจริงของประพจน์ทุกประพจน์ก็สามารถหาค่าความจริงของประพจน์ผสมได้ ซึ่งต้องจำค่าความจริงจากการเชื่อมประพจน์แบบต่างๆ ได้อย่างแม่นยำ เราสามารถหาค่าความจริงของประพจน์ผสมได้ซึ่งมีหลักในการพิจารณาดังนี้

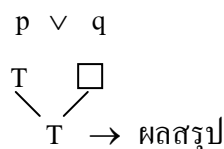
ถ้าให้ p และ q เป็นประพจน์ใดๆ

1. กรณิเชื่อมด้วย “และ” ($\wedge$) ถ้าประพจน์ย่อยประพจน์ใดมีค่าความจริงเป็นเท็จ สรุปได้ว่าประพจน์ผสมทั้งสองจะมีค่าความจริงเป็นเท็จ ถ้ากำหนดให้ p มีค่าความจริงเป็น F



เพราะการเชื่อมประพจน์ด้วยตัวเชื่อม “และ” จะมีค่าความจริงเป็นจริงกรณีเดียวคือ ค่าความจริงของประพจน์ทั้งสองเป็นจริงทั้งคู่ นอกนั้นค่าความจริงจะเป็นเท็จทั้งหมด

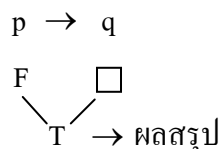
2. กรณิเชื่อมด้วย “หรือ” ($\vee$) ถ้าประพจน์ย่อยใดมีค่าความจริงเป็นจริง สรุปได้ว่าประพจน์ผสมจะมีค่าความจริงเป็นจริง ถ้ากำหนดให้ p มีค่าความจริงเป็น



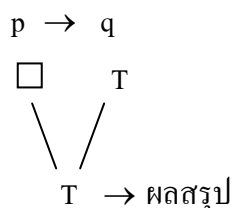
เพราะการเชื่อมประพจน์ด้วยตัวเชื่อม “หรือ” จะได้ค่าความจริงเป็นจริง ถ้าประพจน์ใดประพจน์หนึ่งมีค่าความจริงเป็นจริง

3. กรณิเชื่อมด้วย “ถ้า...แล้ว” ($\rightarrow$) เป็นการเชื่อมประพจน์ที่เป็นเหตุเป็นผลกัน โดยที่ประพจน์หนึ่งอยู่หลังคำว่า “ถ้า” จะเป็นประพจน์ที่เป็นเหตุ ส่วนประพจน์ที่อยู่หลังคำว่า “แล้ว” จะเป็นประพจน์ที่เป็นผล มีหลักการพิจารณาค่าความจริง 2 กรณี คือ

3.1 ถ้าประพจน์ที่เป็นเหตุ มีค่าความจริงเป็นเท็จ สรุปได้ว่าประพจน์ผสมจะมีค่าความจริงเป็นจริง (สมัย เหล่าวานิชย์, 2554: 104) ถ้ากำหนดให้ p มีค่าความจริงเป็น F



3.2 ถ้าประพจน์ที่เป็นผล มีค่าความจริงเป็นจริง สรุปได้ว่าประพจน์ผสมจะมีค่าความจริงเป็นจริง (สมัย เหล่าวานิชย์, 2554: 104) ถ้ากำหนดให้ q มีค่าความจริง

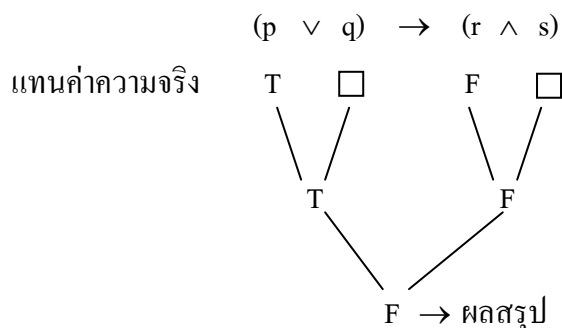


เพราะการเชื่อมประพจน์ด้วยตัวเชื่อมประพจน์ “ถ้า....แล้ว” จะมีค่าความจริงเป็นเท็จ กรณีเดียวเท่านั้น คือ ประพจน์ที่เป็นเหตุมีค่าความจริงเป็นจริง และประพจน์ที่เป็นผล มีค่าความจริงเป็นเท็จ นอกจากนี้จะได้ค่าความจริงเป็นจริงทั้งหมด

จากหลักเกณฑ์ดังกล่าวข้างต้น สามารถนำไปใช้หาค่าความจริงของประพจน์ผสมเมื่อทราบค่าความจริงของประพจน์ย่อยบางประพจน์ได้ ดังตัวอย่างต่อไปนี้

ตัวอย่างที่ 5.6 กำหนด p, r มีค่าความจริงเป็น T, F ตามลำดับ จงหาค่าความจริงของประพจน์

$$(p \vee q) \rightarrow (r \wedge s)$$

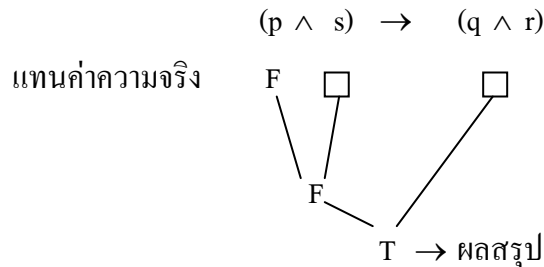


ดังนั้นค่าความจริงของประพจน์ คือ เท็จ

หลักการคิด

1. โจทย์กำหนดให้ p, r มีค่าความจริงเป็นจริงและเท็จ ตามลำดับ
2. ประพจน์ $(p \vee q)$ ใช้กรณีที่เชื่อมด้วย “หรือ” กำหนด p มีค่าความจริงเป็นจริง เชื่อม q ด้วย “หรือ” จะได้ค่าความจริงของประพจน์นี้คือ จริง (T หรือ.... คำตอบยอมได้ T) โดยไม่ต้องรู้ค่าความจริงของ q ก็ได้
3. ประพจน์ $(r \wedge s)$ ใช้กรณีที่เชื่อมด้วย “และ” กำหนด r มีค่าความจริงเป็นเท็จ เชื่อมกับ s ด้วย “และ” จะได้ค่าความจริงของประพจน์เป็นเท็จ (F และ.... คำตอบยอมได้ F) โดยไม่ต้องรู้ค่าความจริงของ s ก็ได้
4. เชื่อมวงเล็บทั้งสองด้วย “ถ้า.....แล้ว” คือ $T \rightarrow F$ ผลสรุปจะได้ค่าความจริงเป็นเท็จ

ตัวอย่างที่ 5.7 จงหาค่าความจริงของประพจน์ $(p \wedge s) \rightarrow (q \wedge r)$ เมื่อกำหนด p มีค่าความจริงเป็นเท็จ



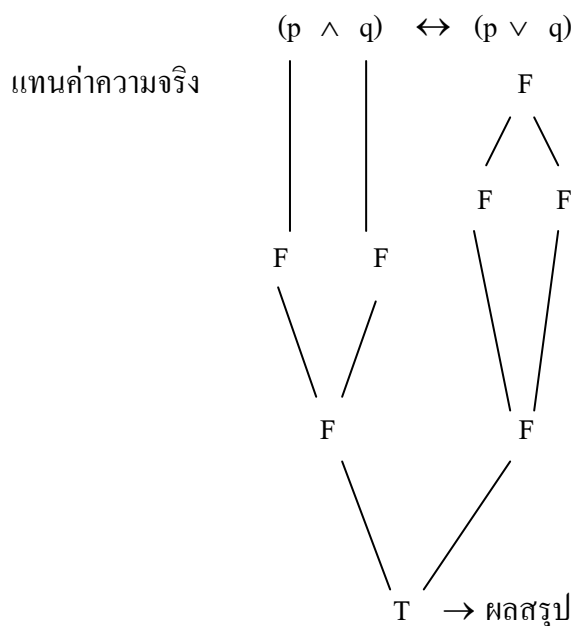
ดังนั้นค่าความจริงของประพจน์ คือ จริง

หลักการคิด

1. กำหนดให้ p มีค่าความจริงเป็นเท็จ จากประพจน์ $(p \wedge s)$ สรุปได้ว่าประพจน์ผสมนี้ได้ค่าความจริงเป็นเท็จ เพราะกรณีที่เชื่อมด้วย “และ” ถ้าประพจน์ย่อยประพจน์ใดมีค่าความจริงเป็นเท็จ สรุปได้ว่าประพจน์ผสมจะมีค่าความจริงเป็นเท็จ

2. นำค่าความจริงที่เป็นเท็จของประพจน์ $(p \wedge s)$ ไปเชื่อมด้วย “ถ้า....แล้ว” กับประพจน์ $(q \wedge r)$ จะได้ค่าความจริงเป็นจริงเป็นจริง โดยที่ไม่ต้องรู้ค่าความจริงของทั้ง q และ r ก็ได้ เพราะกรณีที่เชื่อมด้วย “ถ้า....แล้ว” ประพจน์เหตุมีค่าความจริงเป็นเท็จ ค่าตอบของประพจน์ผสมต้องมีความจริงเป็นจริงเสมอ

ตัวอย่างที่ 5.8 จงหาค่าความจริงของประพจน์ $(p \wedge q) \leftrightarrow (p \vee q)$ เมื่อกำหนด $(p \vee q)$ มีค่าความจริงเป็นเท็จ

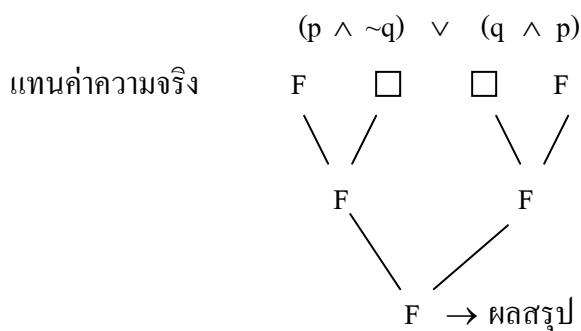


ดังนั้นค่าความจริงของประพจน์ คือ จริง

หลักการคิด

1. โจทย์กำหนดให้ $(p \vee q)$ มีค่าความจริงเป็นเท็จ จะต้องวิเคราะห์หาค่าความจริงของ p และ q แต่ละตัว จากตารางค่าความจริงที่เชื่อมด้วยตัวเชื่อม “หรือ” จะเป็นเท็จอยู่กรณีที่ประพจน์ย่อยทั้ง 2 ประพจน์มีค่าความจริงเป็นเท็จทั้งคู่ เพราะฉะนั้น p มีค่าความจริงเป็นเท็จ และ q มีค่าความจริงเป็นเท็จ
2. นำค่าความจริงของ p และ q ที่ได้จากข้อ 1 มาแทนในประพจน์ $p \wedge q$ คือ เท็จและเท็จ จะได้ค่าความจริงเป็นเท็จ
3. เชื่อมวงเล็บทั้งสองจากโจทย์ด้วยตัวเชื่อม “ก็ต่อเมื่อ” คือ $F \leftrightarrow F$ ผลสรุปจะได้ค่าความจริงเป็นจริง

ตัวอย่างที่ 5.9 จงหาค่าความจริงของประพจน์ $(p \wedge \sim q) \vee (q \wedge p)$ เมื่อกำหนดให้ p มีค่าความจริงเป็นเท็จ



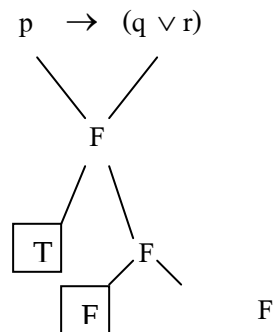
ดังนั้นค่าความจริงของประพจน์ คือ เท็จ

หลักการคิด

1. โจทย์กำหนดให้ p มีค่าความจริงเป็นเท็จ
2. ค่าความจริงของประพจน์ $(p \wedge \sim q)$ ได้ค่าความจริงเป็นเท็จ เพราะ p มีค่าความจริงเป็นเท็จ เชื่อมด้วย “และ” ประพจน์ผสมจะได้ค่าความจริงเป็นเท็จ
3. ประพจน์ $(q \wedge p)$ ได้ค่าความจริงเป็นเท็จ เพราะ p มีค่าความจริงเป็นเท็จ นำมาเชื่อมด้วย “และ” ประพจน์ผสมจะได้ค่าความจริงเป็นเท็จ ด้วย เพราะการเชื่อมด้วย “และ” ค่าความจริงจะเป็นจริงอยู่กรณีเดียว คือ ประพจน์ทั้งสองมีค่าความจริงเป็นจริงทั้งคู่ นอกนั้นจะมีค่าความจริงเป็นเท็จทั้งหมด
4. นำทั้ง 2 วงเล็บมาเชื่อมด้วยตัวเชื่อม “หรือ” คือ $F \vee F$ ผลสรุปของการเชื่อมประพจน์จะได้ค่าความจริงเป็นเท็จ

จากตัวอย่างที่ได้ศึกษามาเป็นการหาผลลัพธ์ของประพจน์ผสม เมื่อกำหนดค่าความจริงของประพจน์ย่อยบางตัว ถ้าเรากำหนดค่าความจริงของประพจน์ผสมให้ ก็สามารถหาค่าความจริงของประพจน์ย่อยได้ ดังตัวอย่างต่อไปนี้

ตัวอย่างที่ 5.10 กำหนดให้ $p \rightarrow (q \vee r)$ มีค่าความจริงเป็นเท็จ และ r มีค่าความจริงเป็นเท็จ จงหาค่าความจริงของ p และ q

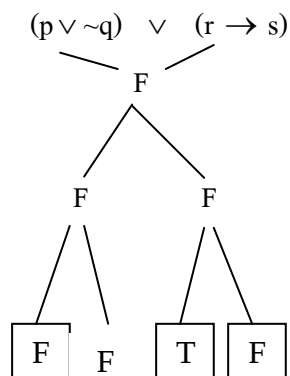


ดังนั้นค่าความจริงของ p คือ จริง และค่าความจริงของ q คือ เท็จ

หลักการคิด ตัวอย่างนี้เป็นการกำหนดผลลัพธ์ให้และให้หาค่าของประพจน์ย่อย ทำได้ดังนี้

1. โจทย์กำหนดให้ผลลัพธ์ $p \rightarrow (q \vee r)$ มีค่าความจริงเป็นเท็จ ทำให้เรากย้อนกลับไปที่ตัวเชื่อม “ถ้า...แล้ว” ผลลัพธ์ของการเชื่อม “ถ้า...แล้ว” เป็นเท็จอยู่กรณีเดียว คือ ประพจน์ที่เป็นเหตุมีค่าความจริงเป็นจริงและประพจน์ที่เป็นผลมีค่าความจริงเป็นเท็จ เพราะฉะนั้นประพจน์ p มีค่าความจริงเป็นจริงและประพจน์ผสม $(q \vee r)$ มีค่าความจริงเป็นเท็จ
2. ประพจน์ผสม $(q \vee r)$ มีค่าความจริงเป็นเท็จ และโจทย์กำหนดให้ r มีค่าความจริงเป็นเท็จ เพราะฉะนั้นจะรู้ค่าความจริงของ q ได้ คือมีค่าความจริงเป็นเท็จ เพราะการเชื่อมด้วยตัวเชื่อม “หรือ” ผลลัพธ์ได้เป็นเท็จ แสดงว่าประพจน์ทั้งสองประพจน์ต้องมีค่าความจริงเป็นเท็จ
3. เพราะฉะนั้นค่าความจริงของ p คือ จริง และค่าความจริงของ q คือ เท็จ

ตัวอย่างที่ 5.11 กำหนดให้ประพจน์ $(p \vee \sim q) \vee (r \rightarrow s)$ มีค่าความจริงเป็นเท็จ จงหาค่าความจริงของ p, q, r, s



ดังนั้น p มีค่าความจริงเป็น เท็จ

q มีค่าความจริงเป็น จริง

r มีค่าความจริงเป็น จริง

s มีค่าความจริงเป็น เท็จ

หลักการคิด

1. โจทย์กำหนดให้ $(p \vee \sim q) \vee (r \rightarrow s)$ มีค่าความจริงเป็นเท็จ ประพจน์ทั้งสองเชื่อมกันด้วย “หรือ” ได้ค่าความจริงเป็นเท็จ แสดงว่าวงเล็บแรกต้องมีค่าความจริงเป็นเท็จ และวงเล็บที่สองต้องมีค่าความจริงเป็นเท็จด้วย

2. ที่วงเล็บแรกประพจน์ $(p \vee \sim q)$ ได้ค่าความจริงเป็นเท็จ เชื่อมด้วยตัวเชื่อม “หรือ” แสดงว่า p ต้องมีค่าความจริงเป็นเท็จ และ $\sim q$ มีค่าความจริงเป็นเท็จ (q ต้องมีค่าความจริงเป็นจริง)

3. วงเล็บที่สองประพจน์ $(r \rightarrow s)$ ได้ค่าความจริงเป็นเท็จ เชื่อมด้วยตัวเชื่อม “ถ้า...แล้ว” แสดงว่า r ต้องมีค่าความจริงเป็นจริง และ s ต้องมีค่าความจริงเป็นเท็จ

กรณีที่ 3 กรณีที่ไม่กำหนดค่าความจริงของประพจน์ย่อยมาให้ ทำได้โดยการสร้างตารางค่าความจริง การสร้างตารางค่าความจริงจะทำให้เกิดความสะดวกและง่ายต่อการหาค่าความจริง ให้เขียนค่าความจริงของประพจน์ก่อนให้ครบ แล้วจึงพิจารณาค่าความจริงจากการเชื่อมด้วยตัวเชื่อมต่างๆ (จรัส อินสม, 2550: 17)

ตัวอย่างที่ 5.12 จงหาค่าความจริงของประพจน์ $p \rightarrow (p \vee q)$

p	q	$p \vee q$	$p \rightarrow (p \vee q)$
T	T	T	T
T	F	T	T
F	T	T	T
F	F	F	T

หลักการคิด

1. ตัวอย่างนี้มี 2 ประพจน์ย่อยคือ p และ q ดังนั้นตารางค่าความจริงที่เป็นไปได้ คือ $2^2 = 4$ กรณี เขียนในตาราง 2 ช่องแรกคือ p, q

2. การเขียนตารางค่าความจริงเขียนค่าความจริงที่เป็นไปได้ของ p, q ก่อน แล้วหาในวงเล็บ คือ $p \vee q$ โดยใช้ตารางค่าความจริงของตัวเชื่อม “หรือ”

3. หาค่าความจริงที่โจทย์กำหนดให้ได้แล้ว เพราะรู้ค่าความจริงของประพจน์ $p, (p \vee q)$ โดยใช้หลักการเชื่อมประพจน์ด้วยตัวเชื่อม “ถ้า...แล้ว”

ตัวอย่างที่ 5.13 จงหาค่าความจริงของประพจน์ $(p \wedge \sim q) \rightarrow q$

p	q	$\sim q$	$(p \wedge \sim q)$	$(p \wedge \sim q) \rightarrow q$
T	T	F	F	T
T	F	T	T	F
F	T	F	F	T
F	F	T	F	T

หลักการคิด

1. ตัวอย่างนี้มี 2 ประพจน์ย่อย คือ p และ q ดังนั้นค่าความจริงที่เป็นไปได้จะมี $2^2 = 4$ กรณี เขียนลงในตาราง 2 ช่องแรก คือ p, q

2. การเขียนหัวตารางค่าความจริง คือถ้ายังไม่รู้ค่าความจริงของประพจน์ไหนให้เขียนที่หัวตาราง แล้วหาค่าความจริงออกมา เช่น $(p \wedge \sim q)$ ยังไม่รู้ค่าความจริงของ $\sim q$ ต้องหาค่าความจริงของ $\sim q$ ก่อน เขียนในช่องที่ 3 ของตาราง แล้วจึงหา $(p \wedge \sim q)$ ในช่องที่ 4 ของตาราง

3. หาค่าความจริงของประพจน์ย่อยหมดแล้ว ต่อมาจึงหาประพจน์ $(p \wedge \sim q) \rightarrow q$ ได้ โดยดูค่าความจริงในช่อง $(p \wedge \sim q)$ เชื่อมด้วยตัวเชื่อม “ถ้า...แล้ว” กับประพจน์ q จะได้คำตอบจากโจทย์ที่ต้องการในช่องสุดท้ายของตาราง

ตัวอย่างที่ 5.14 จงหาค่าความจริงของประพจน์ $\sim (p \wedge q) \leftrightarrow p$

p	q	$p \wedge q$	$\sim (p \wedge q)$	$\sim (p \wedge q) \leftrightarrow p$
T	T	T	F	F
T	F	F	T	T
F	T	F	T	F
F	F	F	T	F

หลักการคิด

1. มีประพจน์ย่อย 2 ประพจน์คือ p และ q ดังนั้นค่าความจริงที่เป็นไปได้คือ $2^2 = 4$ กรณี เขียนในตาราง 2 ช่องแรก คือ p, q

2. ค่าความจริงของ $\sim (p \wedge q)$ ยังหาไม่ได้ เพราะต้องหาค่าความจริงของ $p \wedge q$ มาก่อน โดยเขียนในช่องที่ 3 ของตาราง

3. หาค่าความจริงของ $\sim(p \wedge q)$ ในช่องที่ 4 ของตารางได้แล้ว คือหาค่าความจริงของ $p \wedge q$

4. หาค่าความจริงของ $\sim(p \wedge q) \leftrightarrow p$ ได้แล้ว เพราะรู้ค่าความจริงของประพจน์

$\sim(p \wedge q)$ และ p แล้ว จะได้คำตอบของการเชื่อมประพจน์ในช่องสุดท้ายของตาราง

ตัวอย่างที่ 5.15 จงหาค่าความจริงของประพจน์ $(\sim p \vee q) \rightarrow (\sim q \leftrightarrow p)$

p	q	$\sim p$	$\sim q$	$\sim p \vee q$	$\sim q \leftrightarrow p$	$(\sim p \vee q) \rightarrow (\sim q \leftrightarrow p)$
T	T	F	F	T	F	F
T	F	F	T	F	T	T
F	T	T	F	T	T	T
F	F	T	T	T	F	F

ข้อสังเกต การหาค่าความจริงของประพจน์ ต้องหาค่าความจริงของตัวเชื่อมประพจน์แบบต่างๆ ได้อย่างแม่นยำและถูกต้อง จึงจะได้คำตอบที่ถูกต้อง

4. สัจนิรันดร์ ประพจน์ขัดแย้งและ Contingent

สัจนิรันดร์ (Tautology) คือ ประพจน์ที่มีค่าความจริงเป็นจริงทุกกรณี กรณีต่อกรณี (เลิศ สิทธิโกศล, 2554: 24)

ประพจน์ขัดแย้ง (Contradictory Proposition) คือ ประพจน์ที่มีค่าความจริงเป็นเท็จทุกกรณี กรณีต่อกรณี (เลิศ สิทธิโกศล, 2554: 24)

Contingent คือ ประพจน์ที่มีค่าความจริงเป็นจริงบ้าง เท็จบ้าง

การตรวจสอบว่าประพจน์ที่กำหนดเป็นสัจนิรันดร์ ประพจน์ขัดแย้งหรือ Contingent ทำได้โดยการสร้างตารางหาค่าความจริงเหมือนที่ได้ศึกษามาแล้ว โดยดูจากค่าความจริงที่ได้ในตารางช่องสุดท้ายว่ามีค่าความจริงเป็นอะไรบ้าง แล้วจึงสรุปประพจน์ว่าเป็นแบบไหน ดังตัวอย่างต่อไปนี้

ตัวอย่างที่ 5.16 ประพจน์ $p \wedge (p \rightarrow q)$ เป็นสัจนิรันดร์ ประพจน์ขัดแย้งหรือ Contingent

p	q	$p \rightarrow q$	$p \wedge (p \rightarrow q)$
T	T	T	T
T	F	F	F
F	T	T	F
F	F	T	F

ประพจน์ $p \wedge (p \rightarrow q)$ เป็น Contingent

หลักการคิด

การหาค่าความจริงของประพจน์ผสม โดยสร้างตารางหาค่าความจริง คำตอบได้ที่ตารางช่องสุดท้าย คือ $p \vee (p \rightarrow q)$ จะเห็นได้ว่าค่าความจริงมีทั้งจริงและเท็จ เพราะฉะนั้นจึงสรุปได้ว่าประพจน์นี้เป็น Contingent

ตัวอย่างที่ 5.17 ประพจน์ $(p \wedge \sim q) \rightarrow p$ เป็นสัจนิรันดร์ ประพจน์ขัดแย้งหรือ Contingent

p	q	$\sim q$	$p \wedge \sim q$	$(p \wedge \sim q) \rightarrow p$
T	T	F	F	T
T	F	T	T	T
F	T	F	F	T
F	F	T	F	T

ประพจน์ $(p \wedge \sim q) \rightarrow p$ เป็นสัจนิรันดร์

หลักการคิด

การหาค่าความจริงของประพจน์ผสม โดยสร้างตารางหาค่าความจริง คำตอบได้ที่ตารางช่องสุดท้าย คือ $(p \wedge \sim q) \rightarrow p$ จะเห็นได้ว่าค่าความจริงเป็นจริงทุกกรณี เพราะฉะนั้นจึงสรุปได้ว่าประพจน์นี้เป็นสัจนิรันดร์ (Tautology)

ตัวอย่างที่ 5.18 ประพจน์ $\sim(p \rightarrow q) \wedge (\sim p \vee q)$ เป็นสัจนิรันดร์ ประพจน์ขัดแย้งหรือ Contingent

p	q	$\sim p$	$p \rightarrow q$	$\sim(p \rightarrow q)$	$\sim p \vee q$	$\sim(p \rightarrow q) \wedge (\sim p \vee q)$
T	T	F	T	F	T	F
T	F	F	F	T	F	F
F	T	T	T	F	T	F
F	F	T	T	F	T	F

ประพจน์ $\sim(p \rightarrow q) \wedge (\sim p \vee q)$ เป็นประพจน์ขัดแย้ง

หลักการคิด

การหาค่าความจริงของประพจน์ผสม โดยสร้างตารางหาค่าความจริง คำตอบคู่ได้ที่ตารางช่องสุดท้าย คือ $\sim(p \rightarrow q) \wedge (\sim p \vee q)$ จะเห็นได้ว่าค่าความจริงเป็นเท็จทุกกรณี เพราะฉะนั้นจึงสรุปได้ว่าประพจน์นี้เป็นประพจน์ขัดแย้ง

5. การสมมูลกันของประพจน์ (Logical Equivalent Propositions)

ประพจน์ 2 ประพจน์จะสมมูลกันก็ต่อเมื่อประพจน์ทั้งสองมีค่าความจริงตรงกันกรณีต่อกรณีทุกกรณี (ทรงวิทย์ สุวรรณธาดาและคณะ, 2552: 10) สัญลักษณ์การสมมูลกันของประพจน์ คือ $\equiv$ และถ้าไม่สมมูลกันจะใช้สัญลักษณ์ $\neq$

การตรวจสอบการสมมูลกันของประพจน์ ทำได้โดยการสร้างตารางหาค่าความจริง ดังแสดงในตัวอย่างต่อไปนี้

ตัวอย่างที่ 5.19 จงพิจารณาว่าประพจน์ $p \rightarrow q$ กับ $\sim q \rightarrow \sim p$ สมมูลกันหรือไม่

p	q	$\sim p$	$\sim q$	$p \rightarrow q$	$\sim q \rightarrow \sim p$
T	T	F	F	T	T
T	F	F	T	F	F
F	T	T	F	T	T
F	F	T	T	T	T

ประพจน์ $p \rightarrow q \equiv \sim q \rightarrow \sim p$

หลักการคิด

สร้างตารางหาค่าความจริงของประพจน์ $p \rightarrow q$ และ $\sim q \rightarrow \sim p$ เป็นตารางเดียวกันเพื่อประหยัดเวลาในการหาค่าความจริง เพราะบางครั้งจะใช้ค่าความจริงเดียวกันได้ และเปรียบเทียบกันได้อย่างชัดเจน จากตารางจะเห็นได้ว่ามีค่าความจริงเหมือนกันกรณีต่อกรณีทุกกรณี จึงสรุปว่าประพจน์ $p \rightarrow q$ และ $\sim q \rightarrow \sim p$ สมมูลกัน

ตัวอย่างที่ 5.20 จงพิจารณาว่าประพจน์ $\sim p \wedge q$ กับ $p \leftrightarrow \sim q$ สมมูลกันหรือไม่

p	q	$\sim p$	$\sim p \wedge q$	$\sim q$	$p \leftrightarrow \sim q$
T	T	F	F	F	F
T	F	F	F	T	T
F	T	T	T	F	T
F	F	T	F	T	F

ประพจน์ $\sim p \wedge q \neq p \leftrightarrow \sim q$

หลักการคิด

จากตารางจะเห็นได้ว่าค่าความจริงของประพจน์ $\sim p \wedge q$ และ $p \leftrightarrow \sim q$ ไม่เหมือนกันทั้งหมด จึงสรุปว่าประพจน์ $p \rightarrow q$ และ $\sim q \rightarrow \sim p$ ไม่สมมูลกัน

ตัวอย่างที่ 5.21 จงพิจารณาว่าประพจน์ $\sim p \rightarrow q$ กับ $p \vee q$ สมมูลกันหรือไม่

p	q	$\sim p$	$\sim p \rightarrow q$	$p \vee q$
T	T	F	T	T
T	F	F	T	T
F	T	T	T	T
F	F	T	F	F

ประพจน์ $\sim p \rightarrow q \equiv p \vee q$

หลักการคิด

จากตารางจะเห็นได้ว่าค่าความจริงของประพจน์ $\sim p \rightarrow q$ กับ $p \vee q$ มีค่าความจริงเหมือนกันกรณีต่อกรณีทุกกรณี จึงสรุปว่าประพจน์ $\sim p \rightarrow q$ กับ $p \vee q$ สมมูลกัน

บทสรุป

ประพจน์ คือ ประโยคบอกเล่าหรือประโยคปฏิเสธที่มีค่าความจริงเป็นจริงหรือเป็นเท็จเพียงอย่างใดอย่างหนึ่งเท่านั้น

ตัวเชื่อมประพจน์มี 5 ประเภท คือ

1. และ ใช้สัญลักษณ์แทนด้วย $\wedge$
2. หรือ ใช้สัญลักษณ์แทนด้วย $\vee$
3. ถ้า...แล้ว ใช้สัญลักษณ์แทนด้วย $\rightarrow$
4. ก็ต่อเมื่อ ใช้สัญลักษณ์แทนด้วย $\leftrightarrow$
5. นิเสธ ใช้สัญลักษณ์แทนด้วย $\sim$

ค่าความจริงของประพจน์ที่มีตัวเชื่อมแบบต่างๆ สรุปรวมเป็นตารางได้ ดังนี้

p	q	$p \wedge q$	$p \vee q$	$p \rightarrow q$	$p \leftrightarrow q$	$\sim p$	$\sim q$
T	T	(T)	T	T	(T)	F	F
T	F	F	T	(F)	F	F	T
F	T	F	T	T	F	T	F
F	F	F	(F)	T	(T)	T	T

การหาค่าความจริงของประพจน์ผสม ทำได้โดยใช้แผนภาพหรือการโยนค่าความจริงของประพจน์แต่ละประพจน์ หรือการสร้างตารางหาค่าความจริงของประพจน์ ค่าความจริงในตารางค่าความจริงจะเป็นไปได้กี่กรณีจะใช้สูตร 2^n เมื่อ n แทนจำนวนประพจน์

สัจนิรันดร์ (Tautology) คือประพจน์ที่มีค่าความจริงเป็นจริงทุกกรณี กรณีต่อกรณี

ประพจน์ขัดแย้ง (Contradictory Proposition) คือ ประพจน์ที่มีค่าความจริงเป็นเท็จทุกกรณี กรณีต่อกรณี

Contingent คือ ประพจน์ผสมที่มีค่าความจริงเป็นจริงบ้าง เท็จบ้าง

การสมมูลกันของประพจน์ ประพจน์ 2 ประพจน์จะสมมูลกันก็ต่อเมื่อประพจน์ทั้งสองมีค่าความจริงเหมือนกันทุกกรณี

การตรวจสอบว่าประพจน์ใดเป็นสัจนิรันดร์, ประพจน์ขัดแย้ง, Contingent หรือการสมมูลกันของประพจน์ทำได้โดยการสร้างตารางหาค่าความจริง

แบบฝึกหัด หน่วยที่ 5

ตรรกศาสตร์

1. จงทำเครื่องหมาย ✓ หน้าประโยคที่เป็นประพจน์ และเครื่องหมาย ✕ หน้าประโยคที่ไม่เป็นประพจน์

- น้ำขึ้นให้รีบตัก
- รถยนต์สีฟ้าเป็นของใคร
- 3.5 เป็นจำนวนตรรกยะ
- วันปีใหม่ตรงกับวันที่ 1 มกราคมของทุกปี
- โปรดดสูบบุหรี่
- ประเทศไทยมีภูเขาไฟ
- รถม้ามี่ในจังหวัดลพบุรี
- อย่าเล่นเกมส่ในห้องเรียน
- $2 + 5 = 8$
- ทำไมอากาศร้อนจัง

2. จงหาค่าความจริงของประพจน์ต่อไปนี้

- 2.1 $2 + 4 = 6$ หรือ $4 + 3 = 6$
- 2.2 ถ้า -3 เป็นจำนวนเต็มแล้ว π เป็นจำนวนตรรกยะ
- 2.3 2 เป็นจำนวนคู่และ 4 เป็นจำนวนคี่
- 2.4 ถ้า 1 ปีมี 12 เดือน หรือ 1 วันมี 24 ชั่วโมงแล้ว 1 นาทีมี 50 วินาที
- 2.5 $3 - 5 = 2$ ก็ต่อเมื่อ 4 เป็น 2 เท่าของ 8
- 2.6 $p \rightarrow (q \vee r)$ เมื่อกำหนดให้ p มีค่าความจริงเป็นเท็จ, r มีค่าความจริงเป็นจริง
- 2.7 $(p \rightarrow q) \leftrightarrow (p \wedge q)$ เมื่อกำหนดให้ q มีค่าความจริงเป็นเท็จ
- 2.8 $(p \vee q) \rightarrow (\sim p \wedge r)$ เมื่อกำหนดให้ p มีค่าความจริงเป็นจริง
- 2.9 กำหนดค่าความจริงของประพจน์ $(p \rightarrow \sim q) \wedge \sim (p \vee q)$ เป็นจริง จงหาค่าความ

จริงของ p, q

- 2.10 กำหนดค่าความจริงของประพจน์ $(p \wedge \sim q) \rightarrow (\sim p \rightarrow q)$ เป็นเท็จ จงหาค่าความ

จริงของ p, q

3. จงสร้างตารางหาค่าความจริงของประพจน์ต่อไปนี้

3.1 $(p \vee \sim q) \leftrightarrow \sim p$

3.2 $(\sim p \leftrightarrow \sim q) \wedge p$

3.3 $(\sim p \vee q) \rightarrow (q \leftrightarrow p)$

3.4 $(p \wedge \sim q) \rightarrow p$

3.5 $(p \vee q) \rightarrow \sim (\sim p \wedge q)$

3.6 $\sim p \rightarrow (p \vee \sim q)$

3.7 $(p \wedge q) \wedge \sim (q \rightarrow \sim p)$

3.8 $(\sim p \vee q) \rightarrow \sim (p \leftrightarrow q)$

3.9 $\sim (p \leftrightarrow \sim q) \vee (\sim p \rightarrow q)$

3.10 $(p \rightarrow \sim q) \wedge (\sim p \vee q)$

4. จงพิจารณาประพจน์ต่อไปนี้ว่าประพจน์ใดเป็นสัจนิรันดร์ ประพจน์ขัดแย้งหรือ Contingent

4.1 $(p \wedge q) \rightarrow p$

4.2 $\sim (p \rightarrow q) \wedge (p \vee \sim q)$

4.3 $(\sim p \leftrightarrow p) \rightarrow (p \wedge \sim q)$

4.4 $(p \vee \sim q) \vee (p \rightarrow q)$

4.5 $(\sim p \wedge \sim q) \leftrightarrow p$

5. จงพิจารณาประพจน์ต่อไปนี้ สมมูลกันหรือไม่

5.1 $p \rightarrow q$ กับ $q \vee \sim p$

5.2 $\sim (p \wedge q)$ กับ $p \rightarrow \sim q$

5.3 $\sim (p \wedge \sim p)$ กับ $p \vee q$

5.4 $p \rightarrow \sim q$ กับ $q \wedge \sim p$

5.5 $p \leftrightarrow \sim q$ กับ $\sim (p \leftrightarrow q)$

กิจกรรมสร้างเสริมความคิด หน่วยที่ 5

ตรรกศาสตร์

จุดประสงค์ เพื่อให้ผู้เรียนเข้าใจเรื่องการหาค่าความจริงของประพจน์

คำสั่ง

1. ให้ผู้เรียนแบ่งกลุ่มตามความสมัครใจ กลุ่มละ 5 – 6 คน
2. แต่ละกลุ่มเลือกประธานกลุ่ม และเลขานุการกลุ่ม
3. ให้แต่ละกลุ่มระดมความคิดจากการศึกษาเรื่องการหาค่าความจริงของประพจน์ แล้วแข่งขันกันแก้ปัญหาโจทย์ที่ครูตั้งขึ้นจำนวน 4 ข้อ และจัดทำรายงานการประชุมกลุ่ม ใช้เวลา 20 นาที

$$1. \sim (p \wedge \sim q) \rightarrow (p \vee q)$$

$$2. (p \rightarrow q) \wedge \sim (p \leftrightarrow \sim q)$$

$$3. (\sim p \vee \sim q) \leftrightarrow (\sim p \rightarrow q)$$

$$4. (\sim p \leftrightarrow q) \rightarrow (p \vee \sim q)$$

4. ให้ตัวแทนกลุ่มนำเสนอหน้าชั้นเรียน กลุ่มละ 5 นาที
5. ครูและผู้เรียนร่วมกันสรุปเนื้อหาจากการนำเสนอข้อมูล พร้อมให้ผู้เรียนกลุ่มที่ไม่ได้นำเสนอทำการประเมินผลการนำเสนอข้อมูลโดยใช้แบบประเมินผลการนำเสนอหน้าชั้นเรียน

วิธีการประเมิน

ใช้แบบประเมินผลการนำเสนอหน้าชั้นเรียน โดยพิจารณาจากหัวข้อต่าง ๆ ดังนี้

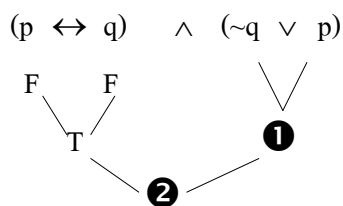
- | | |
|--------------------|---|
| บุคลิกภาพผู้นำเสนอ | - มีความเชื่อมั่นในตนเอง แต่งกายดูกระเปียบ |
| การบริหารเวลา | - ใช้เวลาตามที่กำหนด |
| วิธีการนำเสนอ | - มองหน้าและสบตาผู้ฟัง มีมารยาทในการพูด ถ้อยคำข้อความ
สุภาพ พุดชัดเจน สื่อและวิธีการนำเสนอน่าสนใจ |
| เนื้อหาสาระถูกต้อง | - เนื้อหาที่นำเสนอมีสาระสำคัญ ถูกต้อง |
| ความร่วมมือ | - มีการใช้กระบวนการกลุ่มในการทำงานโดยพิจารณาจาก
รายงานการประชุมกลุ่ม ความร่วมมือในการทำงาน
การแสดงความคิดเห็น การแสดงบทบาทการเป็นผู้นำและผู้ตาม |

แบบทดสอบหลังเรียน หน่วยที่ 5

ตรรกศาสตร์

คำสั่ง จงเลือกคำตอบที่ถูกต้องเพียงข้อเดียว โดยทำเครื่องหมาย X ลงในกระดาษคำตอบ

- ข้อใดต่อไปนี้เป็นประพจน์
 - อย่าคุยเสียงดัง
 - อุรุขรายาอากาศหนาวมาก
 - กรุณาปิดประตูให้ด้วย
 - เข็นครกขึ้นภูเขา
- กำหนดให้ p และ q เป็นประพจน์ที่มีค่าความจริงเป็น จริงและเท็จ ตามลำดับ ข้อใดได้ค่าความจริงเป็นจริง
 - $p \rightarrow q$
 - $q \rightarrow \sim p$
 - $p \wedge q$
 - $\sim (p \vee q)$
- ประพจน์ $p \wedge q$ มีค่าความจริงเป็นจริง เมื่อใด
 - $\sim p$ เป็นเท็จ q เป็นจริง
 - p เป็นจริง q เป็นเท็จ
 - $\sim p$ เป็นจริง q เป็นจริง
 - $\sim p$ เป็นจริง $\sim q$ เป็นจริง
- ข้อใดต่อไปนี้มีค่าความจริงเป็นจริง
 - $13 - 2 = 10$ และ $5 + 3 = 8$
 - ถ้า $6 - 3 = 3$ แล้ว $10 - 7 = 4$
 - $7 - 2 = 5$ ก็ต่อเมื่อ $7 + 2 = 10$
 - $2 + 8 = 10$ หรือ $5 \times 3 = 10$
- จากรูป ค่าความจริงของหมายเลข ① และ ② คืออะไร
 - จริง และ จริง
 - จริง และ เท็จ
 - เท็จ และ จริง
 - เท็จ และ เท็จ



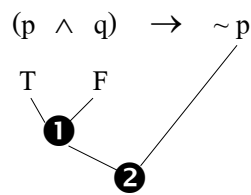
6. จากรูป ค่าความจริงของหมายเลข ❶ และ ❷ คืออะไร

ก. จริง และ จริง

ข. จริง และ เท็จ

ค. เท็จ และ จริง

ง. เท็จ และ เท็จ



7. ประพจน์ใดต่อไปนี้เป็นสัจนิรันดร์

ก. $(p \wedge \sim q) \leftrightarrow p$

ข. $\sim(p \wedge q) \rightarrow p$

ค. $\sim(q \vee \sim p)$

ง. $(\sim p \vee q) \vee p$

8. ประพจน์ $(q \rightarrow \sim p) \wedge (p \wedge q)$ มีค่าความจริงเป็นอะไร

ก. สัจนิรันดร์

ข. ประพจน์ขัดแย้ง

ค. Contingent

ง. ถูกทุกข้อ

9. ประพจน์ใดสมมูลกับประพจน์ $p \vee \sim q$

ก. $p \leftrightarrow \sim q$

ข. $\sim p \wedge q$

ค. $q \rightarrow \sim p$

ง. $\sim p \rightarrow \sim q$

10. ประพจน์ใดสมมูลกับประพจน์ $p \rightarrow q$

ก. $\sim p \vee q$

ข. $\sim p \rightarrow q$

ค. $\sim(p \wedge q)$

ง. $q \leftrightarrow \sim p$